Zadatak 8. Točke T_1 i T_2 pripadaju krivulji kojoj je jednadžba oblika $Ax^2+By^2+C=0$. Odredi jednadžbu krivulje ako je:

1) $T_1(-2,0)$, $T_2(0,5)$;

2) $T_1(-4,1)$, $T_2(3,2)$;

3) $T_1(3,4)$, $T_2(-4,3)$.

Rješenje. **1)**

$$T_1(-2,0)$$
$$T_2(0,5)$$
$$Ax^2+By^2+C=0 \qquad (*)$$
$$T_1 \ \ldots \ 4A+C=0 \implies C=-4A$$
$$T_2 \ \ldots \ 25B+C=0 \implies C=-25B$$
$$-A=-25B \implies A=\frac{25}{4}B$$

uvrstimo dobiveno u $(*)$:

$$\frac{25}{4}Bx^2+By^2-25B=0 \quad / : B$$
$$\frac{25}{4}x^2+y^2-25=0 \quad / \cdot 4$$
$$25x^2+4y^2-100=0$$
$$25x^2+4y^2=100 \quad / : 100$$
$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{25}=1 \ \text{(elipsa)}$$

2)

$$T_1(-4,1)$$
$$T_2(3,2)$$
$$Ax^2+By^2+C=0 \qquad (*)$$
$$\left.\begin{aligned} T_1 \ \ldots \ 16A+B+C=0 \quad (**) \\ T_2 \ \ldots \ 9A+4B+C=0 \end{aligned}\right\} -$$
$$7A-3B=0 \implies B=\frac{7}{3}A$$

uvrstimo u $(**)$:

$$16A+\frac{7}{3}A+C=0$$
$$\frac{55}{3}A+C=0 \implies C=-\frac{55}{3}A$$

rezultate uvrstimo u $(*)$:

$$Ax^2+\frac{7}{3}Ay^2-\frac{55}{3}A=0 \quad / : A / \cdot 3$$
$$3x^2+7y^2=55$$

3)

$T_1(3,4)$

$T_2(-4,3)$

$Ax^2+By^2+C=0 \qquad (*)$

$$\left.\begin{aligned} T_1 \ \ldots \ 9A+16B+C=0 \quad (**) \\ T_2 \ \ldots \ 16A+9B+C=0 \end{aligned}\right\} -$$

$-7A+7B=0 \implies \boxed{B=A}$

uvrstimo u $(**)$:

$9A+16A+C=0 \implies \boxed{C=-25A}$

rezultate uvrstimo u $(*)$:

$Ax^2+Ay^2-25A=0 \quad /:A$

$\boxed{x^2+y^2=25}$ (kružnica)