Zadatak 33. Na elipsi $9x^2+25y^2=225$ odredi točku čija je udaljenost od lijevog žarišta četiri puta veća nego njezina udaljenost od desnog žarišta.

Rješenje.

$$\begin{aligned}
&9x^2+25y^2=225\\
&\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1\\
&a=5,\quad b=3\\
&e^2=a^2-b^2=25-9=16 \implies \boxed{e=4}\\
&F_1(-4,0),\quad F_2(4,0)\\
&d(T,F_1)=4d(T,F_2)\\
&r_1=4r_2\\
&\underline{r_1+r_2=2a}\\
&4r_2+r_2=10\\
&\boxed{r_2=2} \implies \boxed{r_1=8}
\end{aligned}$$

Sada oko F_1 opišemo kružnicu polumjera $r=8$:

$$k \quad \ldots \quad (x+4)^2+y^2=64$$

Nađemo presjek od E i k:

$$\begin{aligned}
&9x^2+25y^2=225\\
&\underline{(x+4)^2+y^2=64 \quad / \cdot(-25)}\\
&9x^2+25y^2=225\\
&\underline{-25(x+4)^2-25y^2=-1600}\\
&9x^2-25x^2-200x-400=-1375\\
&16x^2+200x-975=0\\
&x_{1,2}=\frac{-200\pm\sqrt{102400}}{32}=\frac{-200\pm 320}{32}\\
&x_1=\frac{-520}{32}=-\frac{65}{4} \quad \text{(nije rješenje)}\\
&x=x_2=\frac{120}{32}=\frac{15}{4}\\
&9\cdot\frac{225}{16}+25\cdot y^2=225\\
&25\cdot y^2=\frac{1575}{16}\\
&y^2=\frac{63}{16}\\
&y=\pm\frac{3\sqrt{7}}{4} \implies \boxed{T\left(\frac{15}{4},\pm\frac{3\sqrt{7}}{4}\right)}
\end{aligned}$$