

Zadatak 35.

Točka $A(1, 1)$ polovište je tetine elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$. Odredi jednadžbu pravca kojem pripada ta tetiva.

Rješenje.

Neka su $T_1(x_1, y_1)$ i $T_2(x_2, y_2)$ krajnje točke tetine i neka je $A\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = (1, 1)$ polovište dane tetine. Tada je

$$\frac{x_1+x_2}{2} = 1 \implies x_1+x_2 = 2$$

$$\frac{y_1+y_2}{2} = 1 \implies y_1+y_2 = 2$$

Točke $T_1(x_1, y_1)$ i $T_2(x_2, y_2)$ pripadaju elipsi pa je stoga

$$4x_1^2 + 9y_1^2 = 36$$

$$4x_2^2 + 9y_2^2 = 36$$

Oduzmemmo li te jednadžbe, dobit ćemo

$$4(x_1^2 - x_2^2) + 9(y_1^2 - y_2^2) = 0$$

$$4(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + 9(y_1 - y_2)(y_1 + y_2) = 0$$

$$4(x_1 - x_2) \cdot 2 + 9(y_1 - y_2) \cdot 2 = 0 \quad / : 2$$

$$4(x_1 - x_2) + 9(y_1 - y_2) = 0 \quad / : 9(x_1 - x_2)$$

$$\frac{4}{9} + \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 0 \implies \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{4}{9}$$

$-\frac{4}{9}$ je koeficijent smjera pravca na kojem leži tetiva. Dakle

$$k = -\frac{4}{9}$$

$$A(1, 1) \in T_1T_2$$

$$T_1T_2 \quad \dots \quad y - 1 = -\frac{4}{9}(x - 1)$$

$$y - 1 = -\frac{4}{9}x + \frac{4}{9}$$

$$y + \frac{4}{9}x - \frac{13}{9} = 0 \quad / \cdot 9$$

$$4x + 9y - 13 = 0$$