

Zadatak 49. Duljina tetive što je na elipsi $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ odsijeca pravac koji je okomit na veliku os i koji prolazi žarištem elipse jednaka je 8. Ako je linearni ekscentricitet elipse $e = 3\sqrt{5}$, kako glasi njezina jednadžba?

Rješenje. Ako je pravac okomit na veliku os elipse onda je okomit i na x os.

$$e = 3\sqrt{5}$$

$$d(T_1, T_2) = 8$$

$$2y_0 = 8 \implies y_0 = 4$$

$$T_{1,2}(e, \pm y_0) \implies b^2e^2 + a^2y_0^2 = a^2b^2$$

$$b^2 \cdot 45 + a^2 \cdot 16 = a^2b^2 \quad (b^2 = a^2 - e^2 = a^2 - 45)$$

$$45(a^2 - 45) + 16a^2 = a^2(a^2 - 45)$$

$$45a^2 - 2025 + 16a^2 - a^4 + 45a^2 = 0$$

$$a^4 - 106a^2 + 2025 = 0$$

$$a_{1,2}^2 = \frac{106 \pm 56}{2}$$

$$a_1^2 = \frac{106 - 56}{2} = 25 \implies b^2 = 25 - 45 \text{ (nije rješenje)}$$

$$a^2 = \frac{106 + 56}{2} = 81 \implies b^2 = 81 - 45 = 36$$

$$\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} = 1 \quad / \cdot 9 \cdot 9 \cdot 4$$

$$4x^2 + 9y^2 = 324$$