

Zadatak 14.

Iz točke $T(5, 3)$ položene su okomice na asimptote hiperbole $x^2 - y^2 = 16$. Kolika je površina četverokuta koji je omeđen tim okomicama i asimptotama?

Rješenje.

$$\begin{aligned} & T(5, 3) \\ & x^2 - y^2 = 16 \quad / : 16 \\ & \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1 \implies a = 4, \quad b = 4 \\ & \text{asimptote } \dots y = \pm \frac{b}{a}x = \pm x \end{aligned}$$

Okomice iz točke $T(5, 3)$ imaju koeficijente smjera $k = \pm 1$

$$\begin{array}{ll} y - 3 = -(x - 5) & y - 3 = x - 5 \\ y = -x + 8 & y = x - 2 \end{array}$$

Presjek okomica i asimptota:

$$\begin{array}{ll} \mathbf{1)} \quad -x = x - 2 & \mathbf{2)} \quad x = -x + 8 \\ -2x = -2 & 2x = 8 \\ x = 1, \quad y = -1 \implies T_1(1, -1) & x = 4, \quad y = 4 \implies T_2(4, 4) \end{array}$$

Dobije se pravokutnik OT_1TT_2 :

$$\begin{aligned} d(O, T_1) &= a = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \\ d(T_1, T) &= b = \sqrt{(5 - 1)^2 + (3 + 1)^2} = 4\sqrt{2} \\ P &= a \cdot b = 8 \text{ kv. jed.} \end{aligned}$$