

Zadatak 16. Tjemena elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ žarišta su hiperbole, a žarišta elipse tjemena su hiperbole. Kako glasi jednačba hiperbole?

Rješenje.

$$E \dots 4x^2 + 9y^2 = 36 \quad / : 36$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \implies a_E = 3, \quad b_E = 2, \quad e_E = \sqrt{a_E^2 - b_E^2} = \sqrt{5}$$

Tjemena elipse su žarišta hiperbole:

$$F_{1,2}(\pm a, 0) \implies F_{1,2}(\pm 3, 0)$$

odakle sljedi:

$$e = 3$$

Žarišta elipse tjemena su hiperbole:

$$a = e_E = \sqrt{5} \implies a^2 = 5$$

$$b^2 = e^2 - a^2 = 9 - 5 = 4 \implies b^2 = 4$$

$$\implies \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$$