

Zadatak 19. Kako glasi jednačba kružnice kojoj je središte žarište hiperbole $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ i koja dira obje asimptote hiperbole?

Rješenje.

$$H \dots \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \implies a^2 = 9, b^2 = 16$$

$$e^2 = a^2 + b^2 = 25 \implies e = 5, F_{1,2}(\pm 5, 0)$$

Fokus hiperbole je središte kružnice:

$$S_1(-5, 0), S_2(5, 0)$$

Asimptote hiperbole su tangente kružnice:

$$y = \pm \frac{b}{a}x \implies y = \pm \frac{4}{3}x$$

Uvjet da $y = kx + l$ bude tangenta kružnice:

$$r^2(1 + k^2) = (q - kp - l)^2$$

$$r^2\left(1 + \frac{16}{9}\right) = \left(0 \pm \frac{4}{3} \cdot 5 - 0\right)^2$$

$$\frac{25}{9}r^2 = \frac{400}{9} \quad / \cdot \frac{9}{25}$$

$$r^2 = 16$$

$$k_1 \dots (x + 5)^2 + y^2 = 16$$

$$k_2 \dots (x - 5)^2 + y^2 = 16$$