Zadatak 23. Pravac okomit na os Ox prolazi žarištem hiperbole $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$. Ako je duljina tetive što ga na tom pravcu odsijeca hiperbola jednaka 12, te ako je linearni ekscentricitet hiperbole jednak 4, odredi njezinu jednadžbu.

Rješenje.

$$d(T_1, T_2) = 12$$
$$T_{1,2}(e, \pm y_0)$$
$$e = 4$$
$$e^2 = a^2 + b^2$$
$$16 = a^2 + b^2$$
$$\boxed{b^2 = a^2 - 16}$$
$$2y_0 = d(T_1, T_2)$$
$$2y_0 = 12$$
$$\boxed{y_0 = 6}$$
$$T_{1,2} \in H \quad \ldots \quad b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$$
$$16(16 - a^2) - 36a^2 = a^2(16 - a^2)$$
$$256 - 16a^2 - 36a^2 = 16a^2 - a^4$$
$$a^4 - 68a^2 + 256 = 0$$
$$a^2_{1,2} = \frac{68 \pm \sqrt{4624 - 1024}}{2} = \frac{68 \pm 60}{2}$$
$$a_1^2 = 64 \ \text{(nije rješenje jer } a < e) \implies$$
$$a^2 = 4$$
$$b^2 = 16 - 4 = 12$$
$$\boxed{H} \quad \ldots \quad 12x^2 - 4y^2 = 48 \quad / : 4$$
$$\boxed{3x^2 - y^2 = 12}$$