

Zadatak 46. Odredi jednadžbu jednakostranične hiperbole kojoj je tjeme u točki $(1, 1)$, a os apscisa jedna asimptota.

Rješenje.

$$p \dots y = 0 \text{ (asimptota)}$$

$$S(p, q) \in p \implies S(p, 0) \implies q = 0$$

$$T_1\left(p + \frac{a}{\sqrt{2}}, q + \frac{a}{\sqrt{2}}\right) = T_1(1, 1)$$

$$q \pm \frac{a}{\sqrt{2}} = 1 \quad (q = 0)$$

$$\pm \frac{a}{\sqrt{2}} = 1$$

$$a = \pm\sqrt{2}$$

1) rotacija u pozitivnom smjeru:

$$H \dots (x - p)(y - q) = \frac{a^2}{2} \quad (1)$$

$$a = \sqrt{2}, \quad q = 0$$

$$p + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \implies p = 0$$

$$(1) \implies (x - 0)(y - 0) = \frac{(\sqrt{2})^2}{2}$$

$$xy = 1$$

2) rotacija u negativnom smjeru:

$$H \dots (x - p)(y - q) = -\frac{a^2}{2} \quad (2)$$

$$a = -\sqrt{2}, \quad q = 0$$

$$p + \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \implies p = 2$$

$$(2) \implies (x - 2)(y - 0) = -\frac{(-\sqrt{2})^2}{2}$$

$$(x - 2)y = -1$$

$$xy - 2y + 1 = 0$$

Postoje dva rješenja zadatka: $xy = 1$ i $xy - 2y + 1 = 0$.