

Zadatak 35.

Ako se dvije parabole s međusobno okomitim osima sijeku u četirima točkama, tada te točke leže na jednoj kružnici. Dokaži!

Rješenje.

Neka je jednadžba prve parabole:

$$(y - y_1)^2 = 2p(x - x_1),$$

a jednadžba druge

$$(x - x_2)^2 = 2q(y - y_2).$$

Točke (x, y) s presjeka ovih parabola zadovoljavaju obje jednadžbe. Zbrajanjem ovih jednadžbi dobivamo jednadžbu kružnice

$$(x - x_2)^2 + (y - y_1)^2 - 2p(x - x_1) - 2q(y - y_2) = 0,$$

tj.

$$(x - x_2 - p)^2 + (y - y_1 - q)^2 = p^2 + q^2 + 2p(x_2 - x_1) + 2q(y_2 - y_1).$$

Nju zadovoljavaju koordinate svih presječnih točaka ovih parabola, pa je tvrdnja dokazana.