

Zadatak 57. Žarište elipse $5x^2 + 9y^2 = 45$ ujedno je i žarište parabole kojoj je os ordinata ravnalica. Nađi jednadžbu parabole.

Rješenje.

$$E \dots 5x^2 + 9y^2 = 45 \quad / : 45$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \implies a^2 = 9, \quad b^2 = 5, \quad e = \sqrt{9-5} = 2$$

$$F_1(-2, 0), \quad F_2(2, 0)$$

$$H_1 \dots F_1(-2, 0)$$

$r \dots y = 0 \implies F'(0, 0)$ (ortogonalna projekcija od F na r)

$$p = x_F - x_{F'} \implies p = -2$$

$$T \text{ polovište od } \overline{FF'} \implies T\left(\frac{-2+0}{2}, 0\right), \quad T(-1, 0)$$

$$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$$

$$(y - 0)^2 = 2 \cdot (-2)(x + 1)$$

$$y^2 = -4(x + 1)$$

$$H_2 \dots F_2(2, 0)$$

$r \dots y = 0 \implies F'(0, 0)$ (ortogonalna projekcija od F na r)

$$p = x_F - x_{F'} \implies p = 2$$

$$T \text{ polovište od } \overline{FF'} \implies T\left(\frac{2+0}{2}, 0\right), \quad T(1, 0)$$

$$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)$$

$$(y - 0)^2 = 2 \cdot 2(x - 1)$$

$$y^2 = 4(x - 1)$$