Zadatak 63. Odredi jednadžbu parabole kojoj je vrh točka $(2,6)$, os simetrije paralelna s osi ordinata, a parabola na osi apscisa odsijeca segment duljine 6.

Rješenje. Tjeme parabole: $T(2,6)$

Os simetrije je paralelna s osi ordinata i prolazi tjemenom pa je njezina jednadžba: $d' \ \ldots \ x=2$

$$\begin{aligned} & T(2,6) \\ d' \ \ldots \ & x=2 \\ P \ \ldots \ & (x-x_0)^2 = 2p(y-y_0) \\ & (x-2)^2 = 2p(y-6) \qquad (1) \end{aligned}$$

Neka su točke $T_1(-a_1,0)$ i $T_2(a_2,0)$ presjek parabole s osi apscisa. One pripadaju paraboli pa vrijedi:

$$\begin{aligned} & (a_{1,2}-2)^2 = 2p(0-6) \\ & (a_{1,2}-2)^2 = -12p \\ & a_{1,2}-2 = \pm\sqrt{-12p} \\ & a_{1,2} = \pm\sqrt{-12p}+2 \\ & d(T_1,T_2) = 6 \\ & a_2-a_1 = 6 \\ & \sqrt{-12p}+2+\sqrt{-12p}-2 = 6 \\ & 2\sqrt{-12p} = 6 \\ & \sqrt{-12p} = 3 \quad /^2 \\ & -12p = 9 \\ & \boxed{p = -\frac{3}{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \implies & (x-2)^2 = 2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)(y-6) \\ & x^2-4x+4 = -\frac{3}{2}(y-6) \quad / \cdot 2 \\ & 2x^2-8x+8 = -3y+18 \\ \boxed{P} \ \ldots \ & \boxed{2x^2-8x+3y-10=0} \end{aligned}$$