

Zadatak 2.

Odredi skup polovišta svih tetiva elipse koje prolaze jednim žarištem elipse.

Rješenje.

Neka je dana elipsa $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ i neka je $F(e, 0)$ njezino žarište. Pravci žarištem sijeku elipsu u točkama $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ te je polovište teteve $\overline{T_1T_2}$ točka P s koordinatama $x_P = \frac{a^2k^2e}{a^2k^2 + b^2}, y_P = -\frac{b^2ke}{a^2k^2 + b^2}$. Nakon eliminacije parametra k iz dviju jednakosti dobijemo jednadžbu $b^2\left(x - \frac{e}{2}\right)^2 + a^2y^2 = \frac{b^2e^2}{4}$, što je također elipsa.