Zadatak 15. Ako elipsa i hiperbola imaju zajednička žarišta, one se sijeku pod pravim kutom. Dokaži!

Rješenje. Neka su dane elipsa $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ i hiperbola $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$. Te se dvije krivulje sijeku u točkama za čije koordinate vrijedi $x_1^2 = \frac{a^2\alpha^2(b^2+\beta^2)}{a^2\beta^2+\alpha^2b^2}$, $y_1^2 = \frac{b^2\beta^2(a^2-\alpha^2)}{a^2\beta^2+\alpha^2b^2}$. Koeficijenti smjera tangenata položenih na te dvije krivulje u jednoj od točaka jednaki su $k_e = -\frac{b^2x_1}{a^2y_1}$, $k_h = \frac{\beta^2x_1}{\alpha^2y_1}$ te je $k_e \cdot k_h = -\frac{b^2\beta^2x_1^2}{a^2\alpha^2y_1^2} = -\frac{b^2+\beta^2}{a^2-\alpha^2} = -1$. Naime, $a^2-b^2 = \alpha^2+\beta^2$, odnosno $a^2-\alpha^2 = b^2+\beta^2$.