

Zadatak 16.

Ishodištem koordinatnog sustava položi se pravac koji pravac $x + y - 1 = 0$ siječe u točki M , a pravac $x - y + 1 = 0$ u točki N . Odredi skup svih polovišta dužine \overline{MN} .

Rješenje. Neka je $y = kx$ pravac ishodištem; tada je $M\left(\frac{1}{k+1}, \frac{k}{k+1}\right)$, $N\left(\frac{1}{k-1}, \frac{k}{k-1}\right)$, a točka $P\left(\frac{k}{k^2-1}, \frac{k^2}{k^2-1}\right)$ polovište je dužine \overline{MN} . Iz sustava $x = \frac{k}{k^2-1}$, $y = \frac{k^2}{k^2-1}$ sada valja eliminirati k . Tako dobijemo jednakost $x = \frac{xy}{y^2-x^2}$, odnosno $x^2 - \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}$, što je očito hiperbola.