

Zadatak 60. Središte kružnice je na osi apscisa. Kružnica dira kružnicu $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0$ i os ordinata. Odredi njezinu jednadžbu.

Rješenje.

$$\begin{aligned} 6 &= -2p \implies p = -3 \\ -10 &= -2q \implies q = 5 \\ S &(-3, 5) \\ 18 &= 9 + 25 - r^2 \implies r^2 = 16 \\ r &= 4 \\ S_1(p, 0) \text{ i } |p| &= r_1 \end{aligned}$$

Ako se kružnice diraju izvana vrijedi $r_1 + r = d(S, S_1)$.

$$\begin{aligned} d(S, S_1) &= \sqrt{(p+3)^2 + (0-5)^2} \\ r + r_1 &= 4 + p \\ (4+p)^2 &= \sqrt{p^2 + 6p + 9 + 25} \\ 16 + 8p + p^2 &= p^2 + 6p + 34 \\ 2p &= 18 \\ p &= 9 \\ r_1 &= 9 \\ S_1(0, 9) \end{aligned}$$

$$(x-9)^2 + y^2 = 81$$

Ako se kružnice diraju iznutra vrijedi $r_2 - r = d(S, S_2)$.

$$\begin{aligned} r_2 - r &= p - 4 \\ p - 4 &= \sqrt{(p+3)^2 + (0-5)^2} \\ (p-4)^2 &= \sqrt{p^2 + 6p + 9 + 25} \\ p^2 - 8p + 16 &= p^2 + 6p + 34 \\ -14p &= 18 \\ p &= -\frac{9}{7} \\ r_2 &= \frac{9}{7} \\ S_2\left(0, -\frac{9}{7}\right) \\ \left(x + \frac{9}{7}\right)^2 + y^2 &= \frac{81}{49}. \end{aligned}$$