Zadatak 33. Iz točke $P(-5,7)$ povučene su tangente na kružnicu $x^2+y^2+8x-9=0$. Kako glasi jednadžba kružnice opisane trokutu kojemu su vrhovi točka P i dirališta tih tangenata?

Rješenje. $7=-5k+l \implies l=5k+7$, $8=-2p \implies p=-4$, $q=0$, $-9=16-r^2 \implies r^2=25$

$$r^2(1+k^2)=(q-kp-l)^2$$
$$25(1+k^2)=(4k-5k-7)^2$$
$$25(1+k^2)=(7+k)^2$$
$$25+25k^2=49+14k+k^2$$
$$24k^2-14k-24=0$$
$$12k^2-7k-12=0$$
$$k_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{49+576}}{24}$$
$$k_{1,2}=\frac{7\pm 25}{24}$$
$$k_1=\frac{4}{3},\quad l_1=\frac{41}{3}k_2=-\frac{3}{4},\quad l_2=\frac{13}{4}$$

Tangente su pravci $y=43x+\frac{41}{3}$ i $y=-\frac{3}{4}x+\frac{13}{4}$ i oni su okomiti. Dakle, trokut je pravokutan s pravim kutom pri vrhu P.

$$x^2+\left(\frac{4}{3}x+\frac{41}{3}\right)^2+8x-9=0$$
$$x^2+\frac{16}{9}x^2+\frac{328}{9}x+\frac{1681}{9}+8x-9=0$$
$$\frac{25}{9}x^2+\frac{400}{9}x+\frac{1600}{9}=0$$
$$25x^2+400x+1600=0$$
$$x^2+16x+64=0(x+8)^2=0$$
$$x=-8,\quad y=3A(-8,3)$$
$$x^2+\left(-\frac{3}{4}x+\frac{13}{4}\right)^2+8x-9=0$$
$$x^2+\frac{9}{16}x^2-\frac{78}{16}x+\frac{169}{16}+8x-9=0$$
$$\frac{25}{16}x^2+\frac{50}{16}x+\frac{25}{16}=0$$
$$x^2+2x+1=0$$
$$(x+1)^2=0$$
$$x=-1$$
$$y=4$$
$$B(-1,4)$$

Središte kružnice je polovište dužine $\overline{AB}$.

$S\left(-\frac{9}{2}, \frac{7}{2}\right)$

Polumjer kružnice jednak je $\frac{d(A,B)}{2}=\frac{\sqrt{49+1}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

$r^2=\frac{25}{2}$

$x^2+y^2+9x-7y+20=0$.