Zadatak 34. Iz točke $P(2,-2)$ povučene su tangente na kružnicu $x^2+y^2-2x-2y-3=0$. Pod kojim se kutom sijeku te tangente? Kolika je udaljenost dirališta tangenata?

Rješenje. $-2=2k+l \implies l=-2k-2$, $-2=-2p \implies p=1$, $-2=-2q \implies q=1$, $-3=1+1-r^2 \implies r^2=5$

$$r^2(1+k^2)=(q-kp-l)^2$$
$$5(1+k^2)=(1-k+2k+2)^2$$
$$5(1+k^2)=(3+k)^2$$
$$5+5k^2=9+6k+k^2$$
$$4k^2-6k-4=0$$
$$2k^2-3k-2=0$$
$$k_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{9+16}}{4}$$
$$k_{1,2}=\frac{3\pm 5}{4}$$
$$k_1=2,\quad l_1=-6k_2=-\frac{1}{2},\quad l_2=-1$$

Tangente su pravci $y=2x-6$ i $y=-\frac{1}{2}x-1$ i oni su okomiti.

$$x^2+(2x-6)^2-2x-2(2x-6)-3=0$$
$$x^2+4x^2-24x+36-2x-4x+12-3=0$$
$$5x^2-30x+45=0$$
$$x^2-6x+9=0$$
$$(x-3)^2=0$$
$$x=3,\quad y=0 D_1(3,0)$$
$$x^2+\left(-\frac{1}{2}x-1\right)^2-2x-2\left(-\frac{1}{2}x-1\right)-3=0$$
$$x^2+\frac{1}{4}x^2+x+1-2x+x+2-3=0$$
$$\frac{5}{4}x^2=0$$
$$x=0$$
$$y=-1$$
$$D_2(0,-1)$$

$d(D_1,D_2)=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$