

Zadatak 36. Pravac koji spaja dirališta tangenata povučениh iz točke P na kružnicu $x^2 + y^2 + 10x = 0$ ima jednadžbu $y = \frac{1}{2}x$. Koliko je točka P udaljena od središta kružnice?

Rješenje. $10 = -2p \implies p = -5, q = 0, 0 = 25 - r^2 \implies r^2 = 25$

$$x^2 + \frac{1}{4}x^2 + 10x = 0$$

$$\frac{5}{4}x^2 + 10x = 0$$

$$x^2 + 8x = 0$$

$$x(x + 8) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad y_1 = 0$$

$$x_2 = -8 \quad y_2 = -4$$

Dirališta su točke $(0, 0)$ i $(-8, -4)$.

$$(x_1 - p)(x - p) + (y_1 - q)(y - q) = r^2$$

$$(-8 + 5)(x + 5) + (-4 - 0)(y - 0) = 25$$

$$-3x - 15 - 4y = 25$$

$$3x + 4y + 40 = 0$$

$$(0 + 5)(x + 5) + (0 - 0)(y - 0) = 25$$

$$5x + 25 = 25$$

$$x = 0$$

$$P\left(0, -\frac{3}{4}x - 10\right) = P(0, -10).$$

$$d(P, S) = \sqrt{25 + 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}.$$