Zadatak 4. Ako u trokutu vrijedi $\alpha = 2\beta$, dokaži da je tada $a^2 = b^2 + bc$.

Rješenje. Prema poučku o kosinusu je $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha = b^2 + bc + c^2 - bc(1 + 2\cos\alpha)$, pa je potrebno dokazati da je $c = b(1 + 2\cos\alpha)$. Kako je $\alpha = 2\beta$ i $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, slijedi $\gamma = \pi - 3\beta$ pa je

$$\begin{aligned}\sin\gamma &= \sin(\pi - 3\beta) = \sin 3\beta\\ &= \sin\beta\cos 2\beta + \cos\beta\sin 2\beta\\ &= \sin\beta(\cos 2\beta + 2\cos^2\beta) = \sin\beta(1 + 2\cos 2\beta)\\ &= \sin\beta(1 + 2\cos\alpha).\end{aligned}$$

Prema poučku o sinusima je

$$\frac{c}{b} = \frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = 1 + 2\cos\alpha,$$

a to je trebalo pokazati.