

**Zadatak 13.** Neka su  $a, b$  i  $c$  duljine stranica trokuta  $\triangle ABC$ , a  $P$  njegova površina. Dokaži nejednakosti:

$$1) \ P \leqslant \frac{1}{4}(a^2 + b^2);$$

$$2) \ P < \frac{1}{6}(ab + bc + ca).$$

**Rješenje.** 1)  $P = \frac{1}{2}ab \sin \gamma \leqslant \frac{1}{2}ab \leqslant \frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ . U dokazu je primijenjena nejednakost aritmetičke i geometrijske sredine dvaju pozitivnih realnih brojeva.

2) Zbrajanjem triju nejednakosti  $P \leqslant \frac{ab}{2}$ ,  $P \leqslant \frac{bc}{2}$ ,  $P \leqslant \frac{ca}{2}$  izravno dobivamo tvrdnju. Stroga nejednakost je zato što najviše u jednoj od triju navedenih nejednakosti dolazi u obzir znak jednakosti. Trokut, naime, može imati samo jedan pravi kut.