

Zadatak 16. Jednadžbom $2ax - 2y - a - 2 = 0$ određen je skup pravaca ravnine. Dokaži da svi pravci tog skupa prolaze jednom točkom u ravnini i odredi tu točku.

Rješenje. Neka pravci zadani jednadžbom $2ax - 2y - a - 2 = 0$ prolaze istom točkom za svaki $a \in \mathbf{R}$. Tada i pravci

$$a \dots 2 \cdot 1 \cdot x - 2y - 1 - 2 = 0 \quad (a = 1)$$

i

$$b \dots 2 \cdot 2 \cdot x - 2y - 2 - 2 = 0 \quad (a = 2)$$

prolaze tom istom točkom. Nađimo njihov presjek.

$$a \dots 2x - 2y - 3 = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$b \dots \underline{4x - 2y - 4 = 0}$$

$$a \cap b \dots 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 2y - 3 = 0$$

$$2y = -2$$

$$y = -1 \quad \implies \quad T\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$$

Provjerimo još uvrštavanjem u zadanu jednadžbu je li T zajednička točka za sve pravce:

$$2a \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot (-1) - a - 2 = a + 2 - a - 2 = 0.$$

Svi pravci prolaze točkom $T\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$.