

Zadatak 17. Jednadžbom $m(2x - 3y - 1) + n(x - 2y + 1) = 0$, gdje su m i n realni brojevi, zadan je skup pravaca u ravnini. Dokaži da svi pravci ovog skupa prolaze jednom točkom i odredi tu točku.

Rješenje. Primijetimo da oba parametra, m i n ne mogu biti istovremeno jednaka nuli. Kako za svaki m i n iz \mathbf{R} pravci moraju prolaziti istom točkom tako i pravci

$$a \dots 0 \cdot (2x - 3y - 1) + 1 \cdot (x - 2y + 1) = 0 \quad (m = 0, \quad n = 1)$$

$$b \dots 1 \cdot (2x - 3y - 1) + 0 \cdot (x - 2y + 1) = 0 \quad (m = 1, \quad n = 0)$$

moraju prolaziti tom točkom. Nađimo njihov presjek:

$$a \dots x - 2y + 1 = 0 \quad / \cdot (-2)$$

$$b \dots \underline{2x - 3y - 1 = 0}$$

$$a \cap b \quad y - 3 = 0$$

$$y = 3$$

$$x - 2 \cdot 3 + 1 = 0$$

$$x = 5 \quad \implies \quad S(5, 3)$$

Provjerimo još uvrštavanjem u zadanu jednadžbu je li S zajednička točka za sve pravce:

$$m(2 \cdot 5 - 3 \cdot 3 - 1) + n(5 - 2 \cdot 3 + 1) = m \cdot 0 + n \cdot 0 = 0$$

Svi pravci prolaze točkom $S(5, 3)$.