

Zadatak 8. Za sve realne brojeve x je $\cos(\sin x) > 0$. Dokaži!
Vrijedi li za sve realne brojeve x i $\sin(\cos x) > 0$? Zašto?

Rješenje. Tvrđnja: $\forall x$ vrijedi $\cos(\sin x) > 0$.
Dokaz: $-1 \leq \sin x \leq 1 \implies \cos(\sin x) \in [\cos(-1), \cos 1]$
Kako je $\cos x$ parna funkcija vrijedi $\cos(-x) = \cos x$ te je
 $\cos(\sin x) \in [\cos 0, \cos 1]$
 \cos je padajuća funkcija pa je
 $\cos(\sin x) \in [\cos 1, \cos 0] = [0.5403, 1]$
odnosno funkcija $\cos(\sin x)$ poprima samo pozitivne vrijednosti.
Tvrđnja: $\forall x$ vrijedi $\sin(\cos x) > 0 \quad \forall x \in \mathbf{R}$.
Dokaz: $\cos x \in [-1, 1]$
Za sve realne brojeve x iz intervala $[-1, 0]$ vrijedi $\sin x < 0$ pa tvrđnja ne vrijedi za $\cos x \in [-1, 0]$.