

Zadatak 8. Ako je $\sin^2 x + 4 \sin x = 3 \cos^2 x$, $x \in \langle 8, 9 \rangle$, koliko je $\operatorname{tg} x$?

Rješenje.

$$\sin^2 x + 4 \sin x = 3 \cos^2 x, \quad x \in \langle 8, 9 \rangle$$

$$8 \text{ rad} = 458.366^\circ = 98.366^\circ + 360^\circ, \quad 9 \text{ rad} = 515.66^\circ = 155.66^\circ + 360^\circ \implies x \text{ iz II. kvadranta} \implies \sin x > 0, \cos x < 0;$$

$$\sin^2 x + 4 \sin x = 3 \cos^2 x$$

$$\sin^2 x + 4 \sin x - 3 \cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x + 4 \sin x + 3 - 3 \cos^2 x - 3 = 0$$

$$\sin^2 x + 4 \sin x + 3(1 - \cos^2 x) - 3 = 0$$

$$\sin^2 x + 4 \sin x + 3 \sin^2 x - 3 = 0$$

$$4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$$

Iz kvadratne jednadžbe $4 \sin^2 x + 4 \sin x - 3 = 0$ dobiva se $\sin x = -\frac{3}{2}$ ili $\sin x = \frac{1}{2}$. Prvo rješenje otpada zbog toga što vrijednost sinusa ne može biti $-\frac{3}{2}$. Iz drugoga izračunamo:

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos^2 x = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\cos^2 x = \frac{3}{4}, \quad (\cos x < 0)$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$