

**Zadatak 19.** Dokaži da funkcija  $f(x) = \sin \sqrt{x}$  nije periodična.

**Rješenje.**

Pretpostavimo da je  $f$  periodična s periodom  $P$ . To znači da za svaki realni broj  $x$  vrijedi  $\sin \sqrt{x+P} = \sin \sqrt{x}$ . Uvrstimo li u tu jednakost  $x = 0$  i  $x = P$ , dobit ćemo  $\sin \sqrt{P} = 0$ , odnosno  $\sin \sqrt{2P} = \sin \sqrt{P}$ . Slijedi  $\sqrt{P} = k \cdot \pi$  i  $\sqrt{2P} = n \cdot \pi$ , gdje su  $k$  i  $n$  cijeli brojevi. No odatle slijedi  $\frac{n}{k} = \sqrt{2}$ , tj. da je  $\sqrt{2}$  racionalan broj, što nije. Zato je pretpostavka da je  $f$  periodična kriva. Funkcija  $f$  nije periodična.