Zadatak 5. $\operatorname{tg}\dfrac{2\pi x}{x^2+x+1}=-\sqrt{3}$.

Rješenje. Najprije je $\dfrac{2\pi x}{x^2+x+1}=\dfrac{2\pi}{3}+k\cdot\pi$, ili $\dfrac{2x}{x^2+x+1}=\frac{2}{3}+k$. Odatle pak slijedi kvadratna jednadžba $(3k+2)x^2+(3k-4)x+3k+2=0$. Da bi ta jednadžba imala realna rješenja, nužno je i dovoljno da bude $D=(3k-4)^2-4(3k+2)^2\geqslant 0$. Tako dolazimo do nejednadžbe $k\cdot\left(k+\dfrac{8}{3}\right)\leqslant 0$. Slijedi $-\dfrac{8}{3}\leqslant k\leqslant 0$. Kako je k cijeli broj, onda je $k\in\{-2,-1,1\}$.

Konačno: ako je $k=-2$, tada je $x=-2$ ili $x=-\frac{1}{2}$. Ako je $k=-1$, onda je $x=\dfrac{-7\pm 3\sqrt{5}}{2}$. A za $k=0$ imamo $x=1$.