

Zadatak 15.

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos 2y = (a^2 - 1)^2 + 1 \\ \cos x \cdot \sin 2y = a + 1 \end{cases}$$

Rješenje.

Kako je $|\sin \alpha| \leq 1$ i $|\cos \alpha| \leq 1$, onda je $(a^2 - 1)^2 + 1 \leq 1$, a to je moguće samo za $a = \pm 1$. No mogućnost $a = 1$ otpada zbog druge jednadžbe.

Preostaje jedino $a = -1$, a za nju sustav ima oblik
$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos 2y = 1 \\ \cos x \cdot \sin 2y = 0 \end{cases}$$

Zbrojimo li i oduzmemo te dvije jednadžbe, dobit ćemo ekvivalentni sustav

$$\begin{cases} \sin(x + 2y) = 1 \\ \sin(x - 2y) = 1 \end{cases}$$

Iz prve jednadžbe slijedi $x + 2y = \frac{\pi}{2} + k_1 \cdot 2\pi$, $k_1 \in \mathbf{Z}$, a iz druge

$$x - 2y = \frac{\pi}{2} + k_2 \cdot 2\pi, k_2 \in \mathbf{Z}.$$

Konačno rješenje je $x = \frac{\pi}{2} + (k_1 + k_2) \cdot \pi$, $y = \frac{(k_1 - k_2)\pi}{2}$.