

**Zadatak 2.** Nađi najmanju vrijednost funkcije

$$f(x) = (\sin x + \cos x)^3 + \frac{1}{(\sin x \cdot \cos x)^2}.$$

**Rješenje.** Funkciju zapišimo u obliku  $f(x) = \left[ \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \right]^3 + \frac{4}{\sin^2 2x}$ . Funkcija  $\left[ \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \right]^3$  prima najmanju vrijednost  $-2\sqrt{2}$  za  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = -1$ , odnosno za  $x = -\frac{3\pi}{4} + k \cdot 2\pi$ . Funkcija  $\frac{4}{\sin^2 2x}$  prima najmanju vrijednost 4 za  $\sin^2 2x = 1$ , tj. za  $x = \frac{\pi}{4} + k \cdot \frac{\pi}{2}$ . Uočimo sad, ako je  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ , tada je istovremeno  $\sin^2 2x = 1$  i  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = -1$ . Dakle, funkcija u točkama  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  prima najmanju vrijednost i ona iznosi  $4 - 2\sqrt{2}$ .