

**Zadatak 3.** Odredi skup vrijednosti funkcije

$$f(x) = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}, \text{ za } 0 < x < \frac{\pi}{2}.$$

**Rješenje.** Zapišimo  $y = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$ , pa tu jednakost kvadrirajmo:

$$y^2 = \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{2}{\sin x \cdot \cos x} + \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} + \frac{2}{\sin x \cdot \cos x} = \frac{4}{\sin^2 2x} + \frac{4}{\sin 2x}.$$

No, vrijednosti obaju pribrojnika za  $0 < x \leq \frac{\pi}{4}$  padaju od  $+\infty$  na 4, a za

$\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}$  rastu od 4 na  $+\infty$ , dakle najmanju vrijednost primaju u  $x = \frac{\pi}{4}$ .

Tada je  $y^2 = 8$ . Zaključujemo da je skup vrijednosti funkcije  $f$  skup brojeva  $y$ ,  $y \geq 2\sqrt{2}$ .