

Zadatak 14. Neka su \vec{a} i \vec{b} dva nekolinearna vektora. Odredi realni broj x za koji su vektori $\vec{c} = (x+2)\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{d} = 2x\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ kolinearni vektori suprotne orijentacije.

Rješenje. \vec{a} i \vec{b} nekolinearni.

$$\vec{c} = (x+2)\vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{d} = 2x\vec{a} + (x-1)\vec{b}$$

$$\vec{c} = k\vec{d},$$

$$(x+2)\vec{a} + \vec{b} = 2kx\vec{a} + k(x-1)\vec{b}$$

Izjednačavanjem koeficijenata uz vektore a , odnosno b dobijemo sustav dviju jednažbi s dvije nepoznanice:

$$x+2 = 2kx \implies k = \frac{x+2}{2x}$$

$$1 = k(x-1)$$

Izrazimo k iz prve jednažbe i uvrstimo u drugu dobivamo:

$$1 = \frac{x+2}{2x}(x-1) \quad / \cdot 2x$$

$$2x = (x+2)(x-1)$$

$$2x = x^2 + x - 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = -1$$

Za $x = 2$ je $\vec{c} = 4\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{d} = 4\vec{a} + \vec{b}$ (jednaki vektori), a za $x = -1$ dobijemo $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = -2\vec{a} - 2\vec{b}$, kolinearne vektore suprotne orijentacije.