

**Zadatak 4.** Neka su  $\vec{e}_1$  i  $\vec{e}_2$  jedinični vektori i neka je  $|\vec{e}_1 + \vec{e}_2| = \sqrt{3}$ . Koliko je  $(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2) \cdot (3\vec{e}_1 + \vec{e}_2)$ ?

*Rješenje.*

$$\begin{aligned} |\vec{e}_1 + \vec{e}_2|^2 &= (\vec{e}_1 - \vec{e}_2)^2 \\ &= \vec{e}_1^2 + 2\vec{e}_1\vec{e}_2 + \vec{e}_2^2 \\ &= |\vec{e}_1|^2 + 2|\vec{e}_1||\vec{e}_2| \cos \sphericalangle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) + |\vec{e}_2|^2 \\ &= 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \sphericalangle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) + 1 \\ &= 2 + 2 \cos \sphericalangle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\vec{e}_1 + \vec{e}_2|^2 &= \sqrt{3}^2 \\ 3 &= 2 + 2 \cos \sphericalangle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) \\ 1 &= 2 \cos \sphericalangle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) / : 2 \\ \frac{1}{2} &= \cos \sphericalangle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) \\ 60^\circ &= \sphericalangle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2)(3\vec{e}_1 + \vec{e}_2) &= 3\vec{e}_1^2 + \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 - 6\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 - 2\vec{e}_2^2 \\ &= 3\vec{e}_1^2 - 5\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 - 2\vec{e}_2^2 \\ &= 3|\vec{e}_1|^2 - 5|\vec{e}_1| \cdot |\vec{e}_2| \cos \sphericalangle(\vec{e}_1, \vec{e}_2) - 2|\vec{e}_2|^2 \\ &= 3 \cdot 1 - 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot 1 \\ &= 3 - \frac{5}{2} - 2 = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$