Zadatak 11. Neka je $\vec{a}\cdot\vec{b}=1$, $\vec{a}\cdot\vec{c}=2$, $\vec{b}\cdot\vec{c}=0$, $\vec{a}^2=\vec{b}^2=4$, $\vec{c}^2=6$. Ako je $\vec{p}=2\vec{a}-\vec{b}$, $\vec{q}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$, odredi $|\vec{p}|$, $|\vec{q}|$, $\sphericalangle(\vec{p},\vec{q})$.

Rješenje.

$$\begin{aligned}
\vec{p} &= 2\vec{a}-\vec{b}\\
|\vec{p}|^2 &= (2\vec{a}-\vec{b})^2\\
&= 4\vec{a}^2-4\vec{a}\vec{b}+\vec{b}^2\\
&= 4\cdot 4-4\cdot 1+4=16\\
|\vec{p}| &= \sqrt{16}=4\\
|\vec{q}|^2 &= (\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})^2\\
&= \vec{a}^2+\vec{b}^2+\vec{c}^2+2\vec{a}\vec{b}+2\vec{a}\vec{c}+2\vec{b}\vec{c}\\
&= 4+4+6-2\cdot 1+2\cdot 2+2\cdot 0=16\\
|\vec{q}| &= \sqrt{16}=4\\
\vec{p}\cdot\vec{q} &= (2\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\\
&= 2\vec{a}^2+2\vec{a}\vec{b}+2\vec{a}\vec{c}-\vec{a}\vec{b}-\vec{b}^2-\vec{b}\vec{c}\\
&= 2\vec{a}^2-\vec{b}^2+\vec{a}\vec{b}+2\vec{a}\vec{c}-\vec{b}\vec{c}\\
&= 2\cdot 4-4+1+2\cdot 2-0=9\\
\cos\sphericalangle(\vec{p},\vec{q}) &= \frac{\vec{p}\cdot\vec{q}}{|\vec{p}|\cdot|\vec{q}|}\\
&= \frac{9}{4\cdot 4}=\frac{9}{16}
\end{aligned}$$

$\sphericalangle(\vec{p},\vec{q})=55°46'$.