

Zadatak 14. Odredi kut između vektora \vec{a} i \vec{b} ako je $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ te ako je vektor $2\vec{a} + \vec{b}$ okomit na vektor $\vec{a} - 3\vec{b}$.

Rješenje.

$$\text{Iz } (2\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - 3\vec{b}) \implies (2\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - 3\vec{b}) = 0.$$

$$2\vec{a}^2 - 6\vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{b} - 3\vec{b}^2 = 0$$

$$2|\vec{a}|^2 - 5\vec{a}\vec{b} - 3|\vec{b}|^2 = 0$$

$$2 \cdot (2|\vec{b}|)^2 - 5(2|\vec{b}|) \cdot |\vec{b}| \cos \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) - 3|\vec{b}|^2 = 0$$

$$8|\vec{b}|^2 - 10|\vec{b}|^2 \cos \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) - 3|\vec{b}|^2 = 0 / : |\vec{b}|^2$$

$$8 - 10 \cos \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) - 3 = 0$$

$$-10 \cos \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = -5 / : (-10)$$

$$\cos \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$$

$$\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$$