

Zadatak 27. Vektor $\vec{a} + 3\vec{b}$ okomit je na vektor $7\vec{a} - 5\vec{b}$, a vektor $\vec{a} - 4\vec{b}$ na vektor $7\vec{a} - 2\vec{b}$.
Odredi kut između vektora \vec{a} i \vec{b} .

Rješenje.

$$\begin{aligned}
 (\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 5\vec{b}) &= 0 \\
 7\vec{a}^2 - 5\vec{a}\vec{b} + 21\vec{a}\vec{b} - 15\vec{b}^2 &= 0 \\
 7|\vec{a}|^2 + 16\vec{a}\vec{b} - 15|\vec{b}|^2 &= 0 \quad (1) \\
 (\vec{a} - 4\vec{b}) \cdot (7\vec{a} - 2\vec{b}) &= 0 \\
 7\vec{a}^2 - 2\vec{a}\vec{b} - 28\vec{a}\vec{b} + 8\vec{b}^2 &= 0 \\
 7|\vec{a}|^2 - 30\vec{a}\vec{b} + 8|\vec{b}|^2 &= 0 \quad (2) \\
 (1) - (2) &\implies 46\vec{a}\vec{b} - 23|\vec{b}|^2 = 0 \\
 \vec{a}\vec{b} &= \frac{1}{2}|\vec{b}|^2 \\
 |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi &= \frac{1}{2}|\vec{b}|^2 / : |\vec{b}| \\
 |\vec{a}| \cos \varphi &= \frac{1}{2}|\vec{b}| \\
 7\vec{a}^2 + 16 \cdot \frac{1}{2}\vec{b}^2 - 15\vec{b}^2 &= 0 \\
 7\vec{a}^2 - 7\vec{b}^2 &= 0 \\
 \vec{a}^2 &= \vec{b}^2 \\
 |\vec{a}| &= |\vec{b}| \\
 |\vec{b}| \cos \varphi &= \frac{1}{2}|\vec{b}| / : |\vec{b}| \\
 \cos \varphi &= \frac{1}{2} \\
 \varphi &= 60^\circ
 \end{aligned}$$