

Zadatak 30. Dan je paralelogram $ABCD$. Dokaži da je zbroj kvadrata duljina dijagonala paralelograma jednak zbroju kvadrata duljina njegovih stranica.

Rješenje.

$$\begin{aligned}\vec{e} &= \vec{a} + \vec{b} \\ \vec{f} &= \vec{a} - \vec{b} \\ \vec{e}^2 + \vec{f}^2 &= 2(\vec{a}^2 + \vec{b}^2) \\ (\vec{a} + \vec{b})^2 + (\vec{a} - \vec{b})^2 &= 2(\vec{a}^2 + \vec{b}^2) \\ \vec{a}^2 + 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2 + \vec{a}^2 - 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2 &= 2(\vec{a}^2 + \vec{b}^2) \\ 2\vec{a}^2 + 2\vec{b}^2 &= 2(\vec{a}^2 + \vec{b}^2) \\ 2(\vec{a})^2 + (\vec{b})^2 &= 2(\vec{a}^2 + \vec{b}^2)\end{aligned}$$