

Zadatak 37. Dan je kvadrat $ABCD$. Točka M polovište je stranice \overline{AB} , a točka N stranice \overline{BC} . Kolika je duljina stranice kvadrata ako je $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{CM} = -1$?

Rješenje. Za kvadrat vrijedi $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Označimo $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, te je tada $\overrightarrow{AN} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$, $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{CM} &= -1 \\ \left(\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}\right) &= -1 \\ -\frac{1}{2}\vec{a}^2 - \frac{1}{2}\vec{b}^2 &= -1 \\ -\frac{1}{2}|\vec{a}|^2 - \frac{1}{2}|\vec{b}|^2 &= -1 \\ -|\vec{a}|^2 &= -1 \\ |\vec{a}| &= 1 \end{aligned}$$