

■ Rješenja složenijih zadataka ■

Zadatak 1. Točke A_1 , B_1 i C_1 dijele stranice \overline{BC} , \overline{CA} i \overline{AB} trokuta ABC u istom omjeru. Dokaži da postoji trokut sa stranicama $\overrightarrow{AA_1}$, $\overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{CC_1}$.

Rješenje. Dovoljno je provjeriti vrijedi li jednakost $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$. Možemo $\overrightarrow{AA_1}$ izraziti na sljedeći način: $\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA_1} = \overrightarrow{AB} + \frac{\lambda}{1+\lambda} \overrightarrow{BC}$, pri čemu je λ omjer u kojem točka A_1 dijeli stranicu \overline{BC} (tj. $\overrightarrow{BA_1} = \lambda \cdot \overrightarrow{A_1C}$). Analogno je $\overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BC} + \frac{\lambda}{1+\lambda} \overrightarrow{CA}$ te $\overrightarrow{CC_1} = \overrightarrow{CA} + \frac{\lambda}{1+\lambda} \overrightarrow{AB}$. Zbrajanjem ovih triju jednakosti dobijemo $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{CC_1} = \vec{0}$.

