Zadatak 2. Točka O središte je kružnice upisane trokutu ABC sa stranicama duljina $a = |BC|$, $b = |AC|$, $c = |AB|$. Dokaži da je $a \cdot \overrightarrow{OA} + b \cdot \overrightarrow{OB} + c \cdot \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.

Rješenje. Iz sustava $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{OD}$, uz $\overrightarrow{AD} = \frac{b}{a}\overrightarrow{DB}$ dobije se

$$\overrightarrow{OD} = \frac{a \cdot \overrightarrow{OA} + b \cdot \overrightarrow{OB}}{a+b}. \quad (*).$$

Nadalje, $\frac{|\overrightarrow{CO}|}{|\overrightarrow{OD}|} = \frac{a}{x}$, a kako iz $\frac{a}{b} = \frac{x}{c-x}$ slijedi $x = \frac{ac}{a+b}$, stoga je $\frac{|\overrightarrow{CO}|}{|\overrightarrow{OD}|} = \frac{a+b}{c}$. Dakle,

$$\overrightarrow{OD} = -\frac{c}{a+b}\overrightarrow{OC}. \quad (**).$$

Iz $(*)$ i $(**)$ slijedi $a \cdot \overrightarrow{OA} + b \cdot \overrightarrow{OB} + c \cdot \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.