

Zadatak 7. Dana su dva paralelograma, $A_1B_1C_1D_1$ i $A_2B_2C_2D_2$. Dokaži da su polovišta dužina $\overline{A_1A_2}$, $\overline{B_1B_2}$, $\overline{C_1C_2}$ i $\overline{D_1D_2}$ vrhovi paralelograma.

Rješenje. Neka su A , B , C i D polovišta dužina $\overline{A_1A_2}$, $\overline{B_1B_2}$, $\overline{C_1C_2}$ i $\overline{D_1D_2}$ i neka je O neka točka u ravnini. Tada je $\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2})$, $\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2})$, $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OC_1} + \overrightarrow{OC_2})$, $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OD_1} + \overrightarrow{OD_2})$. I dalje $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2})$, $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_2C_2})$. No $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{D_1C_1}$ i $\overrightarrow{A_2B_2} = \overrightarrow{D_2C_2}$, zbog čega je $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, a to povlači da je $ABCD$ paralelogram.

