

Zadatak 13.

Na stranici \overline{AB} trokuta ABC nalazi se točka M za koju je $|AM| : |MB| = \frac{1}{2}$, a na stranici \overline{AC} leži točka N tako da je $|AN| : |NC| = 2$. U kojem omjeru sjecište S dužina \overline{BN} i \overline{CM} dijeli te dužine?

Rješenje.

Neka je $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ i $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ i neka je $\overrightarrow{CS} = \alpha \cdot \overrightarrow{CM}$, te $\overrightarrow{NS} = \beta \cdot \overrightarrow{NB}$. Uočimo da je $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}$ i $\overrightarrow{NB} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$. Nadalje je $\overrightarrow{CS} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NS} = \overrightarrow{NS} - \frac{1}{3}\vec{b}$. Nakon uvrštavanja imamo: $\alpha\left(\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}\right) = \beta\left(\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}\right) - \frac{1}{3}\vec{b}$ te odatle dobijemo $\alpha = \frac{3}{7}$, $\beta = \frac{1}{7}$, što znači da točka S dužinu \overline{BN} dijeli u omjeru $|BS| : |SN| = 6$, a dužinu \overline{CM} u omjeru $|CS| : |SM| = \frac{3}{4}$.

