

**Zadatak 17.**

Neka je  $ABCD$  četverokut, neka je  $E$  polovište stranice  $\overline{AD}$  i neka je  $F$  polovište stranice  $\overline{BC}$ . Dokaži da su točke  $M$ ,  $N$ ,  $P$  i  $Q$ , polovišta dužina  $\overline{AF}$ ,  $\overline{BE}$ ,  $\overline{DF}$  i  $\overline{CE}$ , vrhovi paralelograma.

**Rješenje.**

Možemo najprije zapisati  $\overrightarrow{EN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB})$  i  $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{EA} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF})$ . Tada je  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{EN} - \overrightarrow{EM} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{BF}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$ . Analogno,  $\overrightarrow{EQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC})$  i  $\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{ED} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF})$ , te je  $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{EP} - \overrightarrow{EQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CF}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$ . Dakle,  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$  te je četverokut  $MNPQ$  paralelogram.

