Zadatak 16. Odredi, ako postoji, bazu brojevnog sustava u kojem vrijede jednakosti

1) $23 \cdot 15 = 411$;
2) $32 \cdot 22 = 541$;
3) $31 \cdot 412 = 23\,322$.

Rješenje. **1)** Iz uvjeta $23_{(x)} \cdot 15_{(x)} = 411_{(x)}$ slijedi jednadžba $(2x+3)(x+5) = 4x^2+x+1$, odnosno

$$
\begin{aligned}
2x^2 + 13x + 15 &= 4x^2 + x + 1 \\
2x^2 - 12x - 14 &= 0 \\
x^2 - 6x - 7 &= 0
\end{aligned}
$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36+28}}{2} \qquad x_{1,2} = \frac{6 \pm 8}{2}$$

čije je pozitivno rješenje $x = 7$.

2) Iz uvjeta $32_{(x)} \cdot 22_{(x)} = 541_{(x)}$ slijedi jednadžba $(3x+2)(2x+2) = 5x^2 + 4x + 1$, odnosno

$$
\begin{aligned}
6x^2 + 10x + 4 &= 5x^2 + 4x + 1 \\
x^2 + 6x + 3 &= 0.
\end{aligned}
$$

Ne postoji takva baza.

3) Iz uvjeta $31_{(x)} \cdot 412_{(x)} = 23\,322_{(x)}$ slijedi jednadžba $(3x+1)(4x^2+x+2) = 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 2$, odnosno

$$
\begin{aligned}
12x^3 + 7x^2 + 7x + 2 &= 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 2 \\
2x^4 - 9x^3 - 4x^2 - 5x &= 0 \\
2x^3 - 9x^2 - 4x - 5 &= 0 \\
(x-5)(2x^2 + x + 1) &= 0
\end{aligned}
$$

čije je pozitivno rješenje $x = 5$.