

Zadatak 16. Dokaži da je broj $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{4n}$ djeljiv sa 100 za svaki prirodni broj n .

Rješenje. Za $k = 1$ je $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 2800$, broj djeljiv sa 100. Prepostavimo da je za neki prirodni broj k broj $7 + 7^2 + \dots + 7^{4k}$ djeljiv sa 100. No, onda je broj

$$\begin{aligned} 7 + 7^2 + \dots + 7^{4k} + 7^{4k+1} + 7^{4k+2} + 7^{4k+3} + 7^{4k+4} \\ = (7 + 7^2 + \dots + 7^{4k}) + 7^{4k}(1 + 7 + 49 + 343) \end{aligned}$$

također djeljiv sa 100. Broj u prvoj zagradi djeljiv je sa 100 po prepostavci, a drugi je pribrojnik jednak $400 \cdot 7^{4k}$, dakle, također djeljiv sa 100. Zapravo, iz dokaza vidimo da je zadani broj uvijek djeljiv sa $7 \cdot 400$.