

Zadatak 28. U raspisu potencije $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ je 12 članova.
1) Odredi četvrti član raspisa;
2) Odredi slobodni član raspisa.

Rješenje. Kako raspis ima 12 članova slijedi da je $n = 11$.

1) 4. član raspisa nalazi se uz binomni koeficijent $\binom{11}{3}$ i iznosi

$$\binom{11}{3} \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^8 \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^3 = 165x^{12} \cdot x^{-1} = 165x^{11}.$$

2) Opći član raspisa glasi

$$\binom{11}{k} \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{11-k} \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = \binom{11}{k} x^{\frac{33-3k}{2} - \frac{k}{3}} = \binom{11}{k} x^{\frac{99-11k}{6}}.$$

Kako tražimo slobodni član mora vrijediti:

$$\frac{99-11k}{6} = 0, \quad 11k = 99, \quad k = 9$$

te je koeficijent uz slobodni član $\binom{11}{9} = 55$.