

Zadatak 12. Rastavljanjem na faktore dokaži: $120 \mid n^5 - 5n^3 + 4n$, za sve $n \in \mathbf{N}$.

Rješenje.

Rastavimo najprije izraz u faktore:

$$\begin{aligned} n^5 - 5n^3 + 4n &= n(n^4 - 5n^2 + 4) \\ &= n(n^2 - 1)(n^2 - 4) \\ &= (n - 2)(n - 1)n(n + 1)(n + 2). \end{aligned}$$

Radi se o umnošku pet uzastopnih prirodnih brojeva, Barem jedan od njih mora biti djeljiv s 5. Barem jedan od triju uzastopnih brojeva djeljiv je s 3. Barem jedan od četiriju uzastopnih brojeva djeljiv je s 4, a k tome je još jedan djeljiv s 2. Zato je ovaj broj djeljiv s $5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 = 120$.