

Zadatak 46. Operacija \circ među racionalnim brojevima a i b , $a \neq 0, b \neq 0$ definirana je kao $a \circ b = \frac{a+b}{a \cdot b}$. Je li ta operacija komutativna? Je li asocijativna?

Rješenje. Provjerimo prvo svojstvo komutativnosti:

$$a \circ b = \frac{a+b}{a \cdot b} = \frac{b+a}{b \cdot a} = b \circ a.$$

Operacija jest komutativna.

Asocijativnost

$$\begin{aligned} a \circ (b \circ c) &= a \circ \frac{b+c}{b \cdot c} = \frac{a + \frac{b+c}{b \cdot c}}{a \cdot \frac{b+c}{b \cdot c}} = \frac{\frac{abc + b + c}{bc}}{\frac{ab + ac}{bc}} = \frac{abc + b + c}{ab + bc}; \\ (a \circ b) \circ c &= \frac{a+b}{a \cdot b} \circ c = \frac{\frac{a+b}{a \cdot b} + c}{\frac{a+b}{a \cdot b} \cdot c} = \frac{\frac{ab + abc}{ab}}{\frac{ac + bc}{ab}} = \frac{a + b + abc}{ac + bc}. \end{aligned}$$

Operacija nije asocijativna.