

Zadatak 13. Dokaži da su brojevi

- 1) $0.1234567891011\dots$
- 2) $0.14916253649\dots$
- 3) $0.248163264128\dots$
- 4) $0.121221222122221\dots$

iracionalni.

Rješenje.

1) Prepostavimo da je ovaj broj racionalan, što znači da je periodičan. To onda znači da postoji skupina od n znamenki koja se u nekom trenutku počne periodično ponavljati. No u ispisivanju toga broja kad-tad doći će na red za ispis i broj 10^n u čijem je zapisu točno n nula. To bi onda značilo kako se period sastoji od n nula, a takav bi broj bio konačan. Naš broj to očito nije. Prepostavka je pogrešna — broj nije racionalan.

Analogno se dokazuju i ostale tri tvrdnje.