

Zadatak 17.

Dokaži da je broj $\cos 1^\circ$ iracionalan.

Rješenje.

Dokaži najprije rekurzivnu jednakost $\cos(k+1)^\circ = 2 \cos k^\circ \cos 1^\circ - \cos(k-1)^\circ$. Pretpostavimo da je $\cos 1^\circ$ racionalan broj. Onda će iz dokazane jednakosti slijediti da su racionalni i brojevi $\cos 2^\circ, \cos 3^\circ, \dots, \cos 30^\circ$. No $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ i on nije racionalan. Prepostavka je, dakle, bila pogrešna, te ni $\cos 1^\circ$ nije racionalan.