

Zadatak 26. Za koji je najmanji cijeli broj k umnožak $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{5}{2}} \cdot \dots \cdot 2^{\frac{2k-1}{2}}$ veći od 256?

Rješenje. Možemo zapisati: $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{5}{2}} \cdot \dots \cdot 2^{\frac{2k-1}{2}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{2k-1}{2}} > 256 = 2^8$.
Onda je $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{2k-1}{2} > 8$. No zbroj prvih n prirodnih brojeva jednak je n^2 , pa imamo nejednažbu $\frac{1}{2}k^2 > 8$, odakle je $k^2 > 16$.
Najmanji cijeli broj k koji zadovoljava uvjete zadatka je $k = 5$.